



חשיבה אסטרטגית בסביבה תחרותית: עדויות מניסויים ומודלים התנהגותיים



אילה ארד

פרופ' אילה ארד היא חברת סגל בפקולטה לניהול ע"ש קולר באוניברסיטת תל אביב בתחום כלכלת עסקים ואסטרטגיה. היא מכהנת כראש המרכז לחקר התנהגות צרכנים על שם סולומון לו. פרופ' ארד עשתה את כל לימודיה באוניברסיטת תל אביב והשתלמות פוסט-דוקטורט באוניברסיטה של קליפורניה בברקלי. עוסקת בזיהוי תהליכי קבלת החלטות באמצעות ניסויים ובחיבור מודלים המבוססים על ממצאי הניסויים.

תקציר

בחלק ניכר מבעיות ההחלטה שאנו ניצבים בפניהן בחיים, תוצאת ההחלטה עבורנו מושפעת מהחלטות של אחרים, ועלינו לנסות לנבא אותן כדי לבחור בתבונה. החלטות כאלו נקראות בספרות הכלכלית "החלטות אסטרטגיות" והן רווחות בסביבות תחרויות כמו בעולם העסקי, בספורט ובמשל. ארגונים וחברות מביאים בחשבון את פעולות מתחריהם כשהם מחליטים אילו מוצרים לפתח, על תמחור המוצרים, על אסטרטגיית הפרסום, ועוד. מאמני קבוצות ספורט מתייחסים לקבוצות היריבות כשהם מחליטים אילו שחקנים לגייס, כיצד לשבץ את השחקנים לתפקידים שונים, ואילו אסטרטגיות משחק ליישם. מדינאים מנסים לנבא את התנהגות האויב כשהם מקצים כוחות צבאיים ובמשא ומתן.

מודלים בכלכלה ותורת המשחקים מציעים כיצד לנתח מצבים אסטרטגיים, הנקראים בספרות גם משחקים. אולם צורת הניתוח הקלאסית כושלת בניבוי התנהגות בחלק מהותי ממצבים אלו. בפרט, היא אינה מתאימה לתרחישים חד-פעמיים ולהתנהגות השחקנים בפעם הראשונה שהם מקבלים החלטה במשחק.

המאמר מציג שני מודלים מודרניים שמשלבים היבטים פסיכולוגיים שונים במטרה להסביר טוב יותר החלטות אסטרטגיות, כגון תמחור מוצרים, הצעות במכירות פומביות ומכרזים, חלוקת תקציב בין פרויקטים בשלבי הפיתוח והשיווק, ועוד.



1. הקדמה

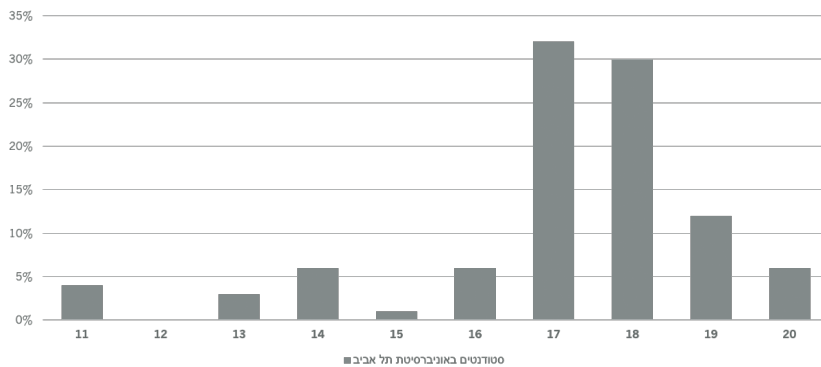
התנהגות צבא האויב בהחלטתם כיצד להקצות כוחות צבאיים שונים. אפילו מועמדים לנשיאות בארצות הברית נדרשים לחשוב אסטרטגית כאשר הם מקצים את תקציב תעמולת הבחירות שלהם בין המדינות השונות.

לצד הבנת ערכה של חשיבה אסטרטגית, לעיתים קרובות מנהלים זונחים את אתגר הניבוי של התנהגות המתחרים ומתמקדים בהיבטים בהחלטה שבהם יש פחות אי ודאות ויותר שליטה (Montgomery et al., 2005). לנוכח התועלת הצפויה מהניסיון להיכנס לנעליו של המתחרה ולצפות את פעולותיו, המחקר מצביע על צורך בהעשרת מיומנות החשיבה האסטרטגית בקרב מנהלים.

תורת המשחקים מציעה כלים לניתוח סיטואציות אסטרטגיות-משחקים, והיכרות עם עקרונותיה הבסיסיים עשויה להועיל למנהלים. עם זאת, בעשורים האחרונים התברר שהמודלים הקלאסיים בכלכלה ובתורת המשחקים אינם מנבאים היטב את התנהגות השחקנים בחלק מהותי ממצבים אלו. בפרט, מושגי היציבות מתורת המשחקים, כמו שווי המשקל של נאש,

החלטות רבות בחיינו מבוססות בעיקר על הטעמים והתפיסות שלנו, ותוצאת ההחלטה עבורנו אינה תלויה בפעולות של אחרים. לדוגמה, ההנאה שאנחנו מפיקים ממוצר שרכשנו בדרך כלל לא מושפעת מבחירות שביצעו צרכנים אחרים. אולם בחלק ניכר מבעיות ההחלטה שאנחנו ניצבים בפניהן, תוצאת ההחלטה עבורנו כן מושפעת מהחלטות של אחרים. לדוגמה, הסיכוי שאדם יזכה בחפץ שנמכר במכירה פומבית תלוי לא רק במחיר שהוא מציע, אלא גם בהצעות של המשתתפים האחרים. החלטות כאלו נקראות בספרות הכלכלית "החלטות אסטרטגיות" והן רווחות בסביבות תחרויות כמו בעולם העסקי, בספורט ובפוליטיקה. ארגונים וחברות צריכים להביא בחשבון את פעולות מתחריהם הצפויות כשהם מחליטים אילו מוצרים לפתח, על תזמון היציאה לשוק, תמחור המוצרים, מיקוד הפרסום, וכן אילו הצעה לתת במכר. מאמני קבוצות ספורט מתייחסים לקבוצות היריבות כשהם מחליטים אילו שחקנים לגייס, את מי מחברי הקבוצה לשבץ בתפקידי מפתח, ואילו תרנגילים ליישם. גנרלים בעת מלחמה מנסים לנבא את

איור 1: התפלגות הבחירות בניסוי משחק בקשת הכסף. על הציר האופקי מסומנות אפשרויות הבחירה, והציר האנכי מייצג את שיעור המשתתפים שבחרו בכל אפשרות.



2. חשיבה איטרטיבית מוגבלת

2.1 משחק בקשת הכסף

במשחק בקשת הכסף (Arad & Rubinstein, 2012a) משתתפים שני שחקנים. בו-זמן וללא אפשרות לתאם ביניהם, כל שחקן מבקש ממארגן המשחק סכום שהוא מספר שלם בין 11 ל-20 שקלים. כל שחקן מקבל ממארגן המשחק את הסכום שביקש. בנוסף, שחקן מקבל בונוס בגובה 20 שקלים אם הסכום שביקש קטן בדיוק בשקל מהסכום שביקש השחקן השני. מה הייתם בוחרים במשחק? האם החלטתכם תלויה בזהות השחקן שמולכם?

חשיבה אסטרטגית דורשת לנבא מהן הפעולות שיבחרו משתתפים אחרים במשחק, ולבחור בפעולה שהיא הטובה ביותר כנגד הניבוי. לדוגמה, אם אני מאמינה שמשתתפים במשחק כמעט תמיד בוחרים 15, הפעולה האופטימלית עבורי היא 14. פעולה זו מבטיחה שאקבל 14 שקלים ממארגן המשחק, ובנוסף, לפי הערכתי יש סיכוי גבוה שהשחקן מולי יבחר 15 ואז אקבל בונוס של 20 שקלים. כך, בממוצע אקבל קרוב ל-34 שקלים. אם אוותר על הניסיון לקבל את הבונוס, אוכל לקבל לכל היותר 20 שקלים (אם אבחר 20). אם כן, במשחק זה האתגר המרכזי הוא לנבא את פעולת השחקן השני. זוהי משימה קשה גם כאשר אנחנו מכירים את השחקן, ובמיוחד כאשר איננו מכירים אותו.

אינם מתאימים למשחקים חד-פעמיים ולהתנהגות של שחקנים בפעם הראשונה שהם מקבלים החלטה במשחק כאשר אין להם מידע על התנהגות השחקנים בעבר (Camerer, 2003; Goeree & Holt, 2001; Holt & Roth, 2004). לכן יש מקום להוסיף לארגו הכלים גם מודלים מודרניים בתחום שמביאים בחשבון היבטים פסיכולוגיים שונים, כמו קיומן של מגבלות קוגניטיביות לשחקנים, ומסבירים טוב יותר את ההתנהגות בהקשרים אלו.

במאמר זה אציג שני מודלים התנהגותיים של חשיבה אסטרטגית. המודל הראשון הוא חשיבה איטרטיבית מוגבלת (Nagel, 1995; Stahl & Wilson 1994, 1995), שניתן ליישום במגוון מצבים אסטרטגיים ונמצא מועיל להבנת החלטות תמחור, בחירת מיקום בתחרות, התנהגות במכירות פומביות, ועוד. המודל השני הוא חשיבה רבת-ממדים (Arad and Rubinstein 2012b, 2019), מודל המתאר את צורת החשיבה במצבים מורכבים שבהם מרחב האפשרויות הוא עשיר, ומתאים במיוחד לניתוח החלטות בנוגע להקצאת משאבים בסביבה תחרותית, כגון כמה להשקיע בפיתוח של כל אחד מהפרויקטים של החברה וכיצד להקצות את משאבי השיווק בין החזיתות השונות.

כדי להמחיש את המודלים, אתאר סיטואציות אסטרטגיות מלאכותיות ועדויות מניסויים על החלטות שמתקבלות בהן. אף שהסיטואציות המוזקקות מחסירות מורכבויות שקיימות במציאות, הן מאפשרות להמחיש את צורת החשיבה האסטרטגית שעולה בהן ובמצבים דומים. יישום המודלים בהקשרים אסטרטגיים בעולם אינו מבטיח פתרון לכל דילמה, אך צפוי להוות, לכל הפחות, נקודת התחלה לניתוח המצב.

כדי להבין את צורת החשיבה במשחק, ערכנו ניסוי בקרב 108 סטודנטים לכלכלה באוניברסיטת תל אביב. כל הסטודנטים קיבלו דף ובו תיאור המשחק. הם התבקשו לרשום על הדף את הפעולה שבחרו ולהסביר את בחירתם בצידו השני של הדף. לאחר מכן אספנו את הדפים ו"שידכנו" בין זוגות של סטודנטים לצורך חישוב התשלום במשחק. הסטודנטים לא ידעו בשום שלב מול מי שיחקו מבין תלמידי הכיתה. עם סיום הניסוי, כל המשתתפים באמת קיבלו את סכומי הזכייה שלהם במשחק.

איור 1 מתאר את התפלגות הבחירות בניסוי. התוצאות מראות שרוב הסטודנטים בחרו בסכומים 17, 18 ו-19. בניסויים נוספים שבהם שוחקו נרסאות דומות של המשחק, תועדה התפלגות פעולות דומה באופן איכותי לזו שהתקבלה בניסוי המקורי (Alaoui & Penta, 2016; Goeree et al., 2018).

ננסה להבין כיצד אנשים חושבים על המשחק ומדוע כ-80% מהבחירות הן בארבעת הסכומים הגבוהים ביותר. להלן הסבר אפשרי: הבחירה ב-20 היא אינטואיטיבית ומייד עולה בראשנו. הבולטות של 20 נובעת מהיותו הסכום הגבוה ביותר שניתן לקבל בוודאות, ואולי גם מהיותו מספר עגול. לאור זאת, 20 מהווה נקודת התחלה ועוגן לחשיבה. אם שחקן מאמין שאחרים יבחרו ב-20 באופן אינטואיטיבי, התגובה הטובה ביותר לכך תהיה לבחור 19 (בניסיון לזכות ב-39). אך אם שחקן מאמין ששחקנים אחרים יבצעו את אותו הצעד ויבחרו 19 כתגובה לבחירה האינטואיטיבית, עליו לבצע צעד נוסף ולבחור 18. אם שחקנית מאמינה שאחרים ייטו לבחור 18, היא תבצע שלושה צעדים מנקודת ההתחלה ותבחר 17.

מובן שניתן להמשיך את שרשרת הטיעונים שתוארה מעלה ולבצע צעדים איטרטיביים נוספים. הרי במשחק בקשת הכסף, סביר שכל המשתתפים מבינים ש-16 היא פעולה טובה אם רבים בוחרים 17, 15 היא פעולה טובה אם רבים בוחרים 16, וכך הלאה. שימו לב שהמשך ביצוע הצעדים האיטרטיביים יוביל שחקנים לשקול את הבחירה ב-11 בסופו של דבר. הבחירה ב-11 אינה מוצלחת שכן אין סיבה לחשוב ששחקנים רבים יבחרו דווקא במספר 12. ישנם שחקנים שמבצעים צעדים רבים ומגיעים ל-11, ואז מבינים שזו לא בחירה טובה וחוזרים לנקודת ההתחלה, 20, ומשם מבצעים מספר צעדים בודדים.

אחת ההשערות שעולה בנוגע לעצירה לאחר 1-3 צעדים, היא שביצוע צעדים נוספים כרוך בהקרבה גדולה מדי של

הסכום שמתקבל בוודאות. הבחירה ב-20 מבטיחה 20. בחירה ב-19 כרוכה בויתור על שקל אחד בלבד, אך נותנת סיכוי לזכות בבונוס. בחירה ב-18 כרוכה בויתור על שני שקלים בלבד, ובחירה ב-17 כרוכה בויתור על שלושה שקלים. ייתכן שמתתפים חשים שבחירה ב-16 או בסכום נמוך יותר מסכנת אותם, מפני שאם לא יזכו בבונוס, יקבלו תשלום נמוך מדי בניסוי.

כדי לבחון את ההשערה שכך חשים השחקנים, ערכנו ניסוי נוסף שבו 53 סטודנטים מכיתה אחרת בחוג לכלכלה שיחקו את הגרסה הבאה של משחק בקשת הכסף. כמו בגרסה המקורית, כל שחקן בוחר סכום שלם בין 11 ל-20, אלא שבגרסה זו שחקן מקבל 17 שקלים בוודאות ממארגן המשחק עבור כל בחירה ששונה מ-20 (בין 11 ל-19). אם השחקן בוחר ב-20 הוא מקבל 20 שקלים. בנוסף, תנאי הבונוס זהים לאלו בגרסה המקורית. רוב המשתתפים בגרסה זו בחרו ב-18 (21%), 19 (40%) ו-20 (15%). כלומר השינוי בכללי המשחק לא גרם ליותר משתתפים לבחור בסכומים נמוכים יותר. אם כן, נראה שהחשש מהקטנת הסכום הוודאי שמתקבל במשחק אינו הגורם המרכזי לכך שמתתפים לא מבצעים יותר משלושה צעדים במשחק המקורי.

ההסברים שכתבו המשתתפים בניסויים תומכים בתיאור צורת החשיבה מעלה. מסתמן שבמשחק בקשת הכסף, שחקנים לא נוטים לבצע יותר משלושה צעדים מכיוון שהם מאמינים שאחרים לא יבצעו צעדים רבים. לאור זאת, סביר לשער שבמשחקים מורכבים יותר ממשחק בקשת הכסף, שחקנים לא יבצעו מספר גדול יותר של צעדים.

תורת המשחקים הקלאסית אינה מציעה כיצד לנבא את התנהגות השחקנים האחרים, אלא מתארת כיצד נראה מצב יציב. בפרט, המושג שוויו המשקל של נאשי מתאר התפלגות פעולות שעבורה אף שחקן לא מתחרט על פעולתו. התפלגות הפעולות שנבחרות בפועל במשחק זה, כאשר הוא משוחק באופן חד-פעמי, לא דומה להתפלגות שוויו המשקל במשחק. לצורך המחשה, בשווי המשקל הפעולות 15 ו-16 צפויות להיבחר על ידי 50% מהשחקנים, בעוד שבניסוי מספר הבוחרים בפעולות אלו הוא זעום. כמו כן, בפועל שחקנים רבים מתחרטים על בחירתם כשהם לומדים על פעולות השחקנים האחרים. לדוגמה, הרווח הממוצע של מי שבחר 17 הוא 23, והוא גדול מהרווח הצפוי מבחירת כל יתר המספרים. ממצא זה אינו מפתיע – אינטראקציות שחוזרות על עצמן מאפשרות התכנסות למצב יציב לאורך הזמן, אך תכונת היציבות לא

מתאימה למשחקים שמשוחקים בפעם הראשונה או באופן חד-פעמי (Camerer, 2003; Holt & Roth, 2004).

כעת אציג באופן כללי מודל התנהגותי שיכול להסביר את ההתנהגות במשחק בקשת הכסף ובמשחקים רבים אחרים.

2.2 מודל: Level-k

גרסאות ראשונות של מודל ה-level-k הוצעו בשנות ה-90 על ידי Stahl & Wilson (1994, 1995) ובמקביל על ידי Nagel (1995). מאז המודל השתכלל והפך פופולרי בספרות הכלכלית (Crawford et al., 2013). המודל מציע תהליך מובנה של יצירת אמונות על התנהגות המתחרים (כלומר ניבוי פעולות המתחרים), ומניח שכל השחקנים בוחרים פעולה אופטימלית בהינתן אמונתם, אך האמונה עשויה להיות שגויה. על פי המודל, האוכלוסייה מורכבת ממספר טיפוסים שחקנים שנבדלים באמונותיהם לגבי התנהגות האחרים. טיפוס מדרג 0 (level-0) בוחר באסטרטגיה אינטואיטיבית – פעולה בולטת או בחירה אקראית (או בחירה אקראית הכוללת מתן משקל גבוה יותר לפעולות בולטות). שחקנים מדרג 0 אינם נחשבים שחקנים אסטרטגיים, שכן הם אינם מניבים לאמונה מסוימת לגבי השחקנים האחרים. שחקנים מדרג 1 (level-1) מאמינים שכל יתר השחקנים הם מדרג 0, ומניבים לכך באופן אופטימלי. שחקנים מדרג 2 (level-2) מניבים לאמונתם שכל שאר השחקנים הם מדרג 1 (כלומר הם חושבים ששחקנים אחרים חושבים שהאחרים הם אינטואיטיביים) וכך הלאה. באופן כללי, טיפוס מדרג k (level-k), עבור k שלם וחיובי, מניב לאמונה שכל יתר השחקנים הם בדרג $k-1$.

ככל ששחקן הוא מדרג גבוה יותר, כך הוא מאמין שמידת ה"יתחכום" של השחקנים האחרים גבוהה יותר. אין זה אומר ששחקן מדרג גבוה יותר בהכרח ירוויח יותר. למשל, אם בפועל מרבית השחקנים הם level-0, אז עדיף להיות level-1 מאשר level-3. עדויות מניסויים ומהעולם מצביעות על כך שדרגי השחקנים הם בדרך כלל 0,1,2,3, ונדיר לצפות בדרגים גבוהים יותר. כך לדוגמה, סביר ששחקן מדרג 6 לא ירוויח הרבה. כלומר תחכום יתר עלול לפגוע.

במשחק בקשת הכסף, טיפוס מדרג 0 יבחר 20 – המספר הגבוה ביותר במשחק, שאינו ניסיון תגובה להתנהגות האחר. שימו לב שהבחירה ב-20 אינה טיפישית: היא עשויה להיות

תוצאה של חוסר ביטחון באמונה על ההתנהגות של האחרים והחלטה לא לקחת סיכון. כך, הבחירה ב-20 תהווה נקודת ההתחלה ועוגן לחשיבה איטרטיבית. טיפוס מדרג 1 יבחר 19, טיפוס מדרג 2 יבחר 18, וטיפוס מדרג 3 יבחר 17. ניתן להמשיך ולהגדיר טיפוסים מדרגים גבוהים יותר, אך בניסויים של המשחק נמצא שכמעט כל הבחירות הן בפעולות 17-20.

בדומה למשחק בקשת הכסף, במשחקים רבים שנחקרו בספרות הכלכלית אין קושי קוגניטיבי משמעותי בביצוע צעדים איטרטיביים, ולכן סביר שהעצירה לאחר שלושה צעדים לכל היותר נובעת מאמונה שהאחרים לא מבצעים יותר משני צעדים. אמונה זו עשויה להיות נעוצה בתופעה דומה בשפה המדוברת ובספרות. אנחנו לא נוטים להשתמש בשרשראות טיעונים ארוכות מהסוג "אני חושבת שהוא חושב שאני חושבת שהוא עושה...." (שרשרת הכוללת 3 צעדים). Kinderman et al. (1998) מצאו בניסוי שרוב המשתתפים לא מבינים משפטים שמבטאים ארבעה צעדים איטרטיביים. הם מציעים שהקושי נובע משימוש נדיר בצעדים רבים כל כך, וטוענים שרוב המצבים היומיומיים לא דורשים יותר משני צעדים. Zunshine (2011) טוענת שמשפטים שמבטאים שרשראות טיעונים ארוכות יותר מופיעים לעיתים נדירות בספרות כאתגר לקוראים. למרות הדמיון בין התופעות, ביצוע סדרתי של 4 צעדים איטרטיביים בסיטואציה אסטרטגית אינו בהכרח מבלבל כמו הבנת משפט הכולל שרשרת טיעונים ארוכה. ייתכן שהשפה משרה נורמות המתבטאות גם בהקשרים שחורגים מתחום השפה.

2.3 הערות ותובנות

צורת החשיבה האיטרטיבית המתעוררת במשחק בקשת הכסף רלוונטית גם לניתוח התנהגויות מחוץ למעבדה. המבנה של משחק בקשת הכסף מזכיר תחרות מחירים בין חברות המוכרות מוצרים מתחרים, כאשר כל חברה רוצה לקבוע מחיר נמוך במעט מהמתחרה ולמשוך אליה לקוחות רבים ככל האפשר (מבלי להוריד את המחיר יותר מדי). ישנן גם מכירות פומביות עם מבנה דומה, כאשר ההצעות ניתנות באופן בו-זמני והזוכה הוא המשתתף שהציע את המחיר הגבוה ביותר, בתחום מחירים מסוים, שלא הוצע על ידי אף משתתף אחר. יתרה מזאת, מודל ה-level-k יכול להסביר התנהגויות גם במשחקים אסטרטגיים עם מבנה שונה לחלוטין, כמו

Hortaçsu et al. (2019) מיישבים באמצעות המודל את התנהגות יצרני החשמל בטקסס במרכזי תמחור. Brown et al. (2012) מסבירים באמצעות חשיבה איטרטיבית מוגבלת מדוע הקרנות סרטי קולנוע שמתקיימות לפני צפיית המבקרים מצליחות הרבה מעבר לניבוי של המודל הקלאסי. לצד הצלחת המודל בהסבר ההתנהגות בהקשרים רבים, הממצאים מראים שלא כל החלטות השחקנים בבעיות אסטרטגיות מתאימות למודל. יתרה מזאת, ישנן עדויות לכך שבמצבים שבהם המרחב האסטרטגי עשיר, המודל לא מסביר חלק גדול מהחלטות השחקנים (Arad, 2012). בסעיף הבא אציג מודל שמתאים לסיטואציות כאלו.

3. חשיבה רבת-ממדים

3.1 גנרל בלוטו

במשחק גנרל בלוטו (במקור Colonel Blotto), כל משתתף משחק בתפקיד גנרל ועליו להקצות את חייליו למספר חזיתות שבהן יילחמו בצבא האויב. החלטות ההקצאה של הגנרלים מתקבלות באופן בו-זמני מבלי לדעת מהי הקצאת האויב. במשחק בין שני גנרלים, בכל חזית מנצח הגנרל שהקצה יותר חיילים לאותה חזית. אם שני הגנרלים הקצו מספר שווה של חיילים לחזית מסוימת, אין מנצח באותה חזית. כל גנרל שואף לנצח בכמה שיותר חזיתות.

גרסה ראשונה של המשחק הוצעה על ידי Borel (1921). המשחק אומנם מתואר במונחים צבאיים, אך מטרתו היא לייצג סיטואציות מנוונות של הקצאת משאבים בסביבה תחרותית, כגון תחרות מחקר ופיתוח בין חברות הנדרשות לבחור כמה להשקיע בכל פרויקט, השקעת מועמדים לנשיאות ארצות הברית במסע התעמולה שלהם במדינות השונות, השקעה במספר טכנולוגיות בלוחמת רשת, ועוד.

כדי להבין את צורת החשיבה במשחקי הקצאת משאבים בסביבות תחרותיות, ערכתי עם שותפיי ניסויים שבהם משתתפים שיחקו את גרסת הטורניר הבאה של גנרל בלוטו: על כל גנרל להקצות 120 חיילים ל-6 חזיתות. לאחר שכל הגנרלים בוחרים את ההקצאה שלהם (בו-זמנית), כל גנרל משחק מול כל אחד מהגנרלים האחרים בניסוי עם ההקצאה שבחר. כלומר לא ניתן לשנות את ההקצאה בין משחק למשחק. המנצח בטורניר הוא הגנרל שצבר מספר גדול ביותר של

משחקי "מחביא ומחפש" (Crawford & Iriberry, 2007a) ומכריזים נפוצים (Crawford & Iriberry, 2007b).

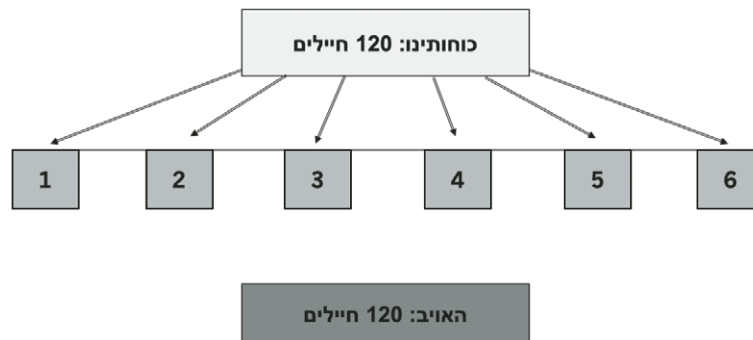
בבואנו ליישם את מודל ה-level-k בהקשר חדש, המפתח הוא בהבנת והגדרת נקודת ההתחלה לחשיבה איטרטיבית – האסטרטגיה האינטואיטיבית בהקשר המדובר. אם נגדיר נכון את פעולתו הטיפוסית של שחקן מדרג 0, נוכל לחשב מהן הפעולות הטיפוסיות של דרגים 1, 2 ו-3, ובכך לצמצם את טווח הניבוי לשלוש או ארבע פעולות שסביר שייבחרו (גם אם איננו יודעים כמה שחקנים מכל דרג יש באוכלוסייה הרלוונטית). בסיטואציות אסטרטגיות רבות, ניבוי מה יהיה שיפור משמעותי ביחס לניבוי שמספק המודל הקלאסי.

הגרסה המקורית של מודל ה-level-k מניחה הנחה קיצונית על האמונות של שחקן מדרג k: "כל האחרים הם מדרג k-1". במשחקים רבים, הניבוי של המודל ישתנה לחלוטין אם נניח ששחקן מדרג k חושב שרוב האחרים הם מדרג k-1 (אבל לא בהכרח כולם), או שכל השחקנים הם מדרגים נמוכים יותר מ-k (אבל לא רק k-1), כמו במודל ההיררכיה הקוגניטיבית שהציעו Camerer et al. (2004).

בהקשרים שבהם הפעולה האינטואיטיבית במשחק ברורה ומיתון ההנחות על מבנה האמונות אינו משנה את הגדרת הפעולות הטיפוסיות (level-1, level-2, level-3), יש למודל סיכוי גבוה להסביר את ההתנהגות, כלומר לצמצם את טווח הניבוי למספר קטן של פעולות שצפויות להיבחר בפועל. אולם אתגר משמעותי שנוצר הוא לנבא את פרופורציית הטיפוסים והפעולות מכל סוג בסיטואציה אסטרטגית נתונה. מחקרים מצאו שמספר הצעדים האיטרטיביים שיבצע שחקן תלוי בגורמים רבים ומשתנה כתלות במבנה התמריצים, סוג המשחק, ואמונות השחקן על מתחריו (Alaoui & Penta, 2015; Georganas et al., 2016), כך שהיכולת לנבא באופן מדויק את התפלגות הפעולות נראית רחוקה בשלב זה של המחקר.

גרסאות של המודל נמצאו מועילות בהסבר ההתנהגות במגוון רחב של מצבים אסטרטגיים, במעבדה ומחוץ למעבדה (Crawford et al., 2013). לדוגמה, Östling et al. (2011) משתמשים במודל ההיררכיה הקוגניטיבית כדי להסביר את התפלגות הבחירות במשחקי LUPU הפופולריים בשבדיה, שבהם הזוכה במשחק הוא המשתתף שבחר במספר השלם הנמוך ביותר שלא נבחר על ידי משתתפים נוספים.

איור 2: כל אחד משני הגנרלים מקצה 120 חיילים ל-6 חזיתות. בחלק מהניסויים החזיתות סודרו משמאל לימין ובחלקם מלמעלה למטה.



החשיבה שלו. השיטה הניסויית הזו מאפשרת הצצה לצורת החשיבה של כל משתתף ולא רק להקצאות שנבחרות על ידי המשתתפים. בניסוי זה המשתתפים שיחקו מספר משחקי הקצאת משאבים בנוסף על המשחק שתואר מעלה.

ניצחונות בחזיתות בסך הכול. איור 2 ממחיש מפגש בין שני גנרלים בגרסת הניסוי.

ערכנו את הניסויים בשני אופנים:

ניתן להציג אסטרטגיה (הקצאה) במשחק על ידי שישה מספרים המסתכמים ל-120 ומתארים את החיילים שהקצה השחקן לכל חזית משמאל לימין, לדוגמה: 20-20-40-0-20-20. במשחק יש כ-250 מיליון אסטרטגיות אפשריות. מרחב האסטרטגיות עשיר בשל גודלו ומבנהו ולא קל לייצגו במחשבותינו. למשל, לא ניתן לסדר את האסטרטגיות על פי סדר ברור, כפי שניתן לסדר את המספרים 1 עד 1,000,000. כמוכן שניתן לבנות גרסאות עוד יותר מורכבות של המשחק שמתייחסות לא-סימטריה שקיימת במציאות בין המשאבים של המתחרים ובין ערכן של החזיתות. במאמר זה נתמקד בגרסה הסימטרית.

א. כניסוי מקוון (Arad & Rubinstein, 2012b): 1605 סטודנטים באוניברסיטאות ברחבי העולם השתתפו בטורנירים בכיתותיהם, ו-1928 קוראי כלכליט השתתפו בטורניר רב משתתפים. שמו של המנצח בכל טורניר כיתתי הוכר בשיעור, ושמו של המנצח מבין קוראי כלכליט הוכר במאמר עוקב שפורסם בעיתון.

ב. כניסוי מעבדה ממוחשב (Arad & Penczynski, 2024): 252 סטודנטים מאוניברסיטת תל אביב ומאוניברסיטת בן-גוריון הגיעו בקבוצות קטנות למעבדת ניסויים ממוחשבת בקמפוס והשתתפו בטורניר הכולל פרס כספי. כל זוג סטודנטים שובצו לשחק כצוות באופן אקראי, וכל אחד תומרץ לשכנע את חבר הצוות שלו ביתרונות האסטרטגיה שלו. מנגנון התקשורת בין חברי הצוות התבסס על השיטה שהוצעה על ידי Burchardi & Penczynski (2014). כל חבר צוות, באופן בו-זמני, מציע את האסטרטגיה שלו ומסביר אותה לחבר הצוות השני באמצעות הודעה המוקלדת במחשב. לאחר שראו את ההודעות של חבריהם לצוות, כל אחד מהחברים יכול לשנות את בחירתו ומקבל החלטה סופית בנוגע לאסטרטגיה שלו במשחק. לבסוף, המחשב בוחר באקראי את אחת האסטרטגיות של חברי הצוות (בסיכוי של 50% לכל אחת) והיא מייצגת את הצוות בטורניר וקובעת את התשלום שלהם. כל זוג סטודנטים שצוותו מתחלקים בסכום הזכייה שלהם בניסוי ולכן לכל אחד יש תמריץ לנסות לשכנע את חברו לצוות ולהסביר את צורת

רושם ראשוני על ההתנהגות בניסוי, אך כוללת רק כ-40% מהבחירות ומחמיצה חלק מהותי בסיפור.

חשיבה תורת משחקית קלאסית כוללת ניבוי של האסטרטגיות שיבחרו השחקנים האחרים ובחירה באסטרטגיה שהיא הטובה ביותר כתגובה לניבוי. מכיוון שגנרל בלוטו מכיל מאות מיליוני אסטרטגיות שונות, קשה במיוחד לייצר ניבוי כזה במשחק. שיווי המשקל של נאש במשחק (Roberson, 2006; Hart, 2008) הוא מורכב ואינו מתאר את התנהגות השחקנים בפועל במשחק החד-פעמי. אם כן, נפנה את תשומת הלב לתהליך חשיבה אחר, שמשלב היבטים קוגניטיביים ויכול להסביר את האסטרטגיות הנצפות בניסויים ואף במשחקי הקצאת משאבים בעולם.

טבלה 1: שישיות ההקצאות הפופולריות ביותר בניסויים המקוונים, כאשר לא מתייחסים לסדר ההקצאות.

| שייטת הקצאות, ללא התייחסות לסדר | כלכליסט (N = 1928) | סטודנטים (N = 1605) |
|---------------------------------|--------------------|---------------------|
| 20-20-20-20-20 | 11% | 11% |
| 0-0-30-30-30 | 13% | 11% |
| 0-0-0-120-0 | 2% | 5% |
| 0-0-40-40-40 | 5% | 4% |
| 10-10-20-20-30 | 2% | 3% |
| 0-24-24-24-24 | 4% | 3% |
| 1-1-29-29-30-30 | 3% | 2% |
| 15-21-21-21-21 | 5% | 2% |

3.2 מודל: חשיבה רבת-ממדים

המושג חשיבה רבת-ממדים (Arad & Rubinstein, 2012b) רלוונטי למשחקים שבהם מרחב האסטרטגיות גדול ועשיר. אנו מציעים שבמשחקים כאלו שחקנים נוטים לחשוב במונחים של תכונות של אסטרטגיות-ממדים, ולא במונחים של האסטרטגיות עצמן. ישנם שני שלבים בתהליך חשיבה זה:

1. שחקנים חושבים על מספר ממדים (תכונות) של האסטרטגיה בנפרד. בכל ממד כזה, השחקנים מקבלים

החלטה כתגובה למאפיינים שהם מאמינים שיהיו לאסטרטגיות המתחרים.

2. שחקנים בוחרים אסטרטגיה מסוימת שמתאימה לכל "תתי החלטות" בממדים השונים, מהשלב הראשון של התהליך.

חשיבה רבת-ממדים מתארת את האופן שבו אנחנו מקבלים החלטות מורכבות בחיי היום-יום. ראשית אנחנו מחליטים מהם עקרונות תוכנית הפעולה, ורק לאחר מכן חושבים על הפרטים הדרושים כדי להוציא לפועל את התוכנית.

כיצד נראית חשיבה רבת-ממדים במשחק גנרל בלוטו?

נתמקד בשלושה ממדים שזיהינו באמצעות ניתוח בחירות המשתתפים והמסרים ששלחו לחברי הצוות שלהם בניסוי המעבדה.

ממד 1: מספר חזיתות "מחוזקות" (בכמה חזיתות לרכז את הכוחות)

ההחלטה האינטואיטיבית היא לא לחזק אף חזית אלא לחלק באופן שווה את החיילים: 20-20-20-20-20. לאור זאת, בחשיבה על ממד זה, הצעד האיטרטיבי הראשון מהעוגן יתבטא בחיזוק של 5 חזיתות (להקצות יותר מ-20 חיילים לכל אחת מ-5 החזיתות) במטרה לנצח את הגנרלים שלא חיזקו אף חזית. למשל, האסטרטגיה הבאה כוללת 5 חזיתות מחוזקות: 23-25-24-24-0. הצעד השני בממד זה יתבטא בחיזוק 4 חזיתות כדי לנסות לנצח את הגנרלים שחיזקו 5 חזיתות או לא חיזקו כלל. למשל, האסטרטגיה 1-0-30-29-30-30 מבטאת חיזוק של 4 חזיתות. ניתן להמשיך את התהליך האיטרטיבי ולחזק רק 3 חזיתות, וכך הלאה...

תוצאות ניסויים מראות כי מרבית השחקנים חיזקו בין 3 ל-5 חזיתות. המעטים שבחרו להתמקד בפחות משלוש חזיתות קיבלו ניקוד נמוך במשחק. במהלך הניסוי שבו צוותים של שני שחקנים שיחקו יחדיו את המשחק, ההודעות הכתובות של חברי הצוות העידו על כך שכמעט כולם חשבו על ממד זה.

שימו לב שהאסטרטגיות שצוינו לעיל הן רק דוגמאות, וישנן אסטרטגיות רבות נוספות שמתאימות לכל צעד. למעשה, כל צעד בתוך הממד מתבטא בקטגוריה של אסטרטגיות ולא באסטרטגיה מסוימת (מעין גרסה של מודל ה-level-k)

שמופעלת בתוך הממד). התובנה המרכזית היא ששחקנים חושבים על ממד חיזוק החזיתות ומחליטים כמה חזיתות מחוזקות תכלול האסטרטגיה שלהם. הפרטים האחרים הנחוצים לבניית אסטרטגיה מתקבלים תוך כדי חשיבה על ממדים חשובים נוספים, כפי שנראה מייד.

ממד 2: ספרת האחדות (הפרטים הקטנים - ההקצאה המדויקת לכל חזית)

ההתנהגות האינטואיטיבית בממד זה היא לחלק את החיילים בכפולות של 10, ולא להציב חיילים כלל בחזיתות שהחלטנו להזניח (כי התמקדנו באחרות). למשל, האסטרטגיה 0-0-30-30-30-0 מתאימה להתנהגות כזו בממד ספרת האחדות. הצעד הראשון מנקודת ההתחלה בממד יתבטא בשימוש בספרת האחדות 1 בהקצאות כדי לנסות להביס בעלות נמוכה את אלו שהקצו חיילים בכפולות של 10 והזניחו לחלוטין חזיתות מסוימות. למשל, האסטרטגיה 1-31-31-26-30-1 מבטאת חשיבה כזאת (לא ניתן להשתמש בספרת האחדות 1 בכל שש החזיתות, שכן כל ספרות האחדות צריכות להסתכם ל-10). הצעד האיטרטיבי השני בממד זה יתבטא בשימוש בספרת האחדות 2 כדי לנסות להביס את אלו שהשתמשו בספרת האחדות 1 בחלק מן החזיתות, וכן את אלו שלא חשבו

על ספרת האחדות והקצו חיילים בכפולות של 10. לדוגמה, האסטרטגיה 2-30-24-31-32-1 עושה שימוש בספרות 1 ו-2 ומתאימה לצעד השני. ניתן להמשיך את התהליך האיטרטיבי ולהשתמש בספרה 3, וכך הלאה...

כמעט חצי מן המשתתפים השתמשו רק בכפולות של 10 בכל החזיתות. כלומר משתתפים אלו לא חשבו על ממד זה. כשליש מהמשתתפים השתמשו לפחות פעם אחת (ורובם יותר) בספרות 1 ו-2. בנוסף, ההודעות שנכתבו בניסוי הצוותים מעידות על כך שאלו שהשתמשו בספרות הללו אכן עשו זאת מתוך חשיבה על ממד ספרת האחדות. חשיבה על ממד זה התבררה כמשמעותית לניקוד במשחק.

ממד 3: סדר הקצאת הפלוגות

היבט נוסף שאליו התייחסו משתתפים בקביעת אסטרטגיה הוא החלטה על מיקום החזיתות המחוזקות והחזיתות המוזנחות. עולה השאלה האם יש חזיתות מסוימות שכדאי להקצות אליהן הרבה חיילים, וחזיתות אחרות שבהן כדאי להשקיע פחות. במילים אחרות, בהינתן שבחרנו כיצד לחלק 120 חיילים ל-6 פלוגות, מהו הסדר האופטימלי שלהן? בניסוי נמצאו בחירות של סדרים מגוונים, אך ניתן לומר שישנה נטייה להתמקד

טבלה 2: רשימת 10 האסטרטגיות עם הביצועים הטובים ביותר בטורניר קוראי כלכליסט, ובטורניר מלאכותי הכולל את כל הסטודנטים שהשתתפו בניסוי המקוון בכיתתם. האסטרטגיות מסודרות לפי הניקוד שהניבו בטורניר, מהגבוה לנמוך. העמודות המסומנות ב-1 עד 6 מייצגות את החזיתות 1 עד 6 בהתאמה.

| | סטודנטים | | | | | | קוראי כלכליסט | | | | | |
|-------------|----------|----|----|----|----|----|---------------|----|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| (1) | 2 | 31 | 31 | 31 | 23 | 2 | 2 | 31 | 31 | 31 | 23 | 2 |
| (2) | 3 | 31 | 31 | 31 | 21 | 3 | 2 | 32 | 31 | 31 | 22 | 2 |
| (3) | 3 | 31 | 1 | 31 | 31 | 23 | 2 | 23 | 31 | 31 | 31 | 2 |
| (4) | 1 | 31 | 31 | 31 | 25 | 1 | 1 | 1 | 32 | 32 | 32 | 22 |
| (5) | 2 | 27 | 31 | 31 | 27 | 2 | 1 | 1 | 31 | 31 | 31 | 25 |
| (6) | 2 | 31 | 23 | 31 | 31 | 2 | 2 | 27 | 31 | 31 | 27 | 2 |
| (7) | 1 | 1 | 31 | 31 | 31 | 25 | 2 | 31 | 1 | 31 | 31 | 24 |
| (8) | 2 | 21 | 32 | 32 | 2 | 31 | 1 | 31 | 31 | 31 | 25 | 1 |
| (9) | 1 | 1 | 31 | 31 | 25 | 31 | 1 | 25 | 31 | 31 | 31 | 1 |
| (10) | 1 | 31 | 31 | 25 | 31 | 1 | 1 | 1 | 34 | 31 | 31 | 22 |

בחזיתות המרכזיות ולהזניח את החזיתות הקיצוניות. כלומר, לחזיתות 1 ו-6 הוקצו בממוצע פחות חיילים ובמקרים רבים חזיתות אלו הוזנחו לחלוטין. התמקדות במרכז מתאימה לעדויות קודמות ממשחקים אסטרטגיים שעיקרם חשיבה על מיקום (Rubinstein et al., 1996), וידועה מהספרות הפסיכולוגית גם מסיטואציות שאינן אסטרטגיות (Christenfeld, 1995). ישנן עדויות מניסוי הצוותים לכך שבערך שליש מהמשתתפים מכירים בחשיבות הסדר, אך שרבים מהם לא בטוחים מהו הסדר הכדאי.

הערה: הגדרת חשיבה איטרטיבית בממד זה היא מורכבת יותר מאשר בממדים הקודמים שתוארו כאן. אם ההתנהגות האינטואיטיבית בממד היא להתמקד במרכז, הצעד הראשון כתגובה לזה יכול להיות להתמקד גם כן במרכז, אך יש היגיון גם בהחלטה להתמקד בחזיתות הקיצוניות מכיוון שבהן הסיכוי לנצח גדול יותר (אם אנחנו מאמינים שהן "חלשות" יותר). המורכבות נובעת מכך שהחלטה בממד זה תלויה בהחלטות שאנחנו מקבלים בממדים האחרים.

שילוב תתי ההחלטות בשלושת הממדים

האסטרטגיות הטובות ביותר במשחק נגרל בלוטו הן אלו שמתמקדות בארבע החזיתות המרכזיות, עושות שימוש בהקצאות לא "עגולות" ומציבות חייל אחד או שניים בחזיתות הקיצוניות (שהוזנחו על ידי רבים). דוגמה לאסטרטגיה כזאת היא 2-23-31-31-31-2, המבטאת חשיבה על שלושת הממדים וביצוע שני צעדים איטרטיביים בכל ממד. טבלה 2 מציגה את 10 האסטרטגיות הטובות ביותר בטורנירים המקוונים שערכנו בקרב סטודנטים ברחבי העולם וקוראי כלכליסט. ניתן לראות שכמעט כל האסטרטגיות בטבלה מקיימות את התכונות הללו. אסטרטגיות בעלות אופי דומה הניבו הצלחה בניסוי המעבדה.

3.3 הערות והרהורים

מעבר למשחק נגרל בלוטו, חשיבה רבת-ממדים מסבירה את ההתנהגות במשחקי הקצאת משאבים נוספים. לדוגמה, בניסוי הצוותים המדווח ב-Arad & Penczynski (2024), זיהינו חשיבה כזאת אצל שחקנים שהתחרו בכמה מכחים במקביל, וגם כאשר נוספה אי-סימטריה למשחק והמכחים השונים לא היו שווים ערך. הממדים שעלו במשחק המכחים היו דומים לאלו שצוינו לעיל: בכמה מכחים להתרכז, אילו מכחים

להזניח, והפרטים הקטנים – דיוק ההצעה בכל מכח. סביר להניח שממדים דומים יהיו רלוונטיים בהחלטות הקצאת משאבים גם מחוץ למעבדה, בין אם מדובר על חלוקת תקציב, כוח אדם, זמן או מאמץ. בעוד שלא ניתן לספק מתכון לניבוי כללי ההחלטה של המתחרים בכל ממד, הפנמת תבניות ההחלטה הנפוצות עשויה לעשות סדר בחשיבה על בעיות החלטה מעין אלה.

שאלה חשובה שמחקר עתידי יידרש לה היא האם קיימת יציבות במאפייני האסטרטגיות בממדים השונים כאשר המשחק חוזר על עצמו, וישנה אפשרות למידה של התנהגות המתחרים בממדים אלו. מושג הפתרון שמציעים Arad & Rubinstein (2019) מבטא יציבות בכל ממד, וניתן לראות בו גרסה של שווי המשקל של נאש המיועדת למצבים שבהם שחקנים חושבים במונחים של תכונות במקום במונחים של אסטרטגיות.

לחשיבה רבת-ממדים יש פוטנציאל להסביר התנהגויות גם במשחקים מורכבים שחורגים מהקצאת משאבים (Selten et al., 2011). עם זאת, היות שמדובר במושג חדש, דרוש מחקר נוסף כדי להפיק תובנות כלליות בנוגע ליישומו בסיטואציות מגוונות.

4. סיכום

הצלילה לעולם המשחקים הניסויים מספקת השראה לחיבור מודלים המתאימים להתנהגות המצויה. במאמר תוארו שני מודלים התנהגותיים של חשיבה אסטרטגית, המבוססים על ממצאי ניסויים בקבלת החלטות ומביאים בחשבון היבטים פסיכולוגיים רלוונטיים. מודל החשיבה האיטרטיבית המוגבלת גורס ששחקנים נוטים לחפש עוגן או נקודת התחלה לחשיבה, בדרך כלל בדמות אסטרטגיה בולטת, ואז מבצעים 1-3 צעדים איטרטיביים. המפתח להצלחה ביישום המודל הוא זיהוי נקודת ההתחלה האינטואיטיבית והערכת רמת התחכום של המתחרים. מודל החשיבה רבת הממדים מציע ששחקנים מפשטים מרחבים אסטרטגיים מורכבים באמצעות חשיבה על ממדים או תכונות של אסטרטגיות. במצבים כאלו שחקנים מחליטים על כל ממד של האסטרטגיה בנפרד, תוך התייחסות לאמונותיהם על מאפייני האסטרטגיות של המתחרים. לבסוף, הם מקבצים את תתי ההחלטות בממדים השונים לכדי אסטרטגיה כוללת. מצאנו שבהקשרים כאלה מצליחים השחקנים שחושבים על כל הממדים הרלוונטיים

רבים, אך אחד האתגרים הגדולים הוא ניבוי התנהגות המתחרים. מחקרים מראים שאי הוודאות בנוגע להתנהגות המתחרים נוטה להביא להתמקדות בהיבטים אחרים, כמו שיקולים פנים-ארגוניים והעדפות הצרכנים, תוך הזנחת החשיבה על פעולות המתחרים הצפויות (Montgomery et al., 2005). למרות הקושי במדידת העלות של ניבוי וסקול התנהגות המתחרים מול התועלת שהדבר יביא, ברור שלהתעלמות מהיבטים אסטרטגיים בסביבה תחרותית עלולות להיות השלכות שליליות מהותיות (Clack & Montgomery, 1991; Zajac & Bazerman, 1996).

הכרת מודלים טבעיים של חשיבה אסטרטגית עשויה להועיל בחלק מן המצבים הללו. גם אם המודלים עצמם אינם מספקים תשובות חד-משמעיות לדילמות מורכבות במציאות, הם מהווים נקודת מוצא ומנכיחים את הצורך בחשיבה כזאת.

aradaya@tauex.tau.ac.il

פרופ' אילה ארד

לסיטואציה ומבצעים מספר קטן של צעדים איטרטיביים בכל ממד.

המשחקים שהוצגו במאמר משמשים גם ככלים למדידת חשיבה אסטרטגית, כאשר היכולת של משתתף נמדדת על פי ביצועי האסטרטגיה שהוא בחר או רמת התחכום של האסטרטגיה. עם הפיתוח של מודדים ליכולות החשיבה האסטרטגית, המחקר בתחום פונה גם להבנת הקשרים בין יכולות אלו ותוצאות כלכליות שונות. לדוגמה, מחקר חדש מציע שהיכולת לנבא התנהגות של אחרים בנייל צעיר מתואמת עם השכלה גבוהה כבוגרים ועבודה בארגונים גדולים. כצפוי, נמצא גם קשר בין חשיבה אסטרטגית למודדים קוגניטיביים אחרים וליכולת הבנת האחר (Fe et al., 2022).

חשיבה אסטרטגית היא יכולת חיונית במגוון רחב של הקשרים בעולם ובניהול בפרט. החלטות עסקיות כגון פיתוח, תמחור, שיווק, מיזוג וכניסה לשוק חדש, דורשות שקלול של היבטים

- Alaoui, L. & Penta, A. (2016). Endogenous Depth of Reasoning. *The Review of Economic Studies*, 83 (4), 1297-1333.
- Arad, A. (2012). The Tennis Coach Problem: A Game-Theoretic and Experimental Study. *The B.E. Journal of Theoretical Economics (Contributions)*, 12 (1), Article 10.
- Arad, A. & Penczynski, S. (2024). Multi-Dimensional Reasoning in Resource Allocation Games: Evidence from Intra-Team Communication. *Games and Economic Behavior*, 11 (3), 285-318.
- Arad, A. & Rubinstein, A. (2012a). The 11-20 Money Request Game: A Level-k Reasoning Study. *American Economic Review*, 102 (7), 3561-3573.
- Arad, A. & Rubinstein, A. (2012b). Multi-Dimensional Iterative Reasoning in Action: The Case of the Colonel Blotto Game. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 84 (2), 571-585.
- Arad, A. & Rubinstein, A. (2019). Multi-dimensional Reasoning in Games: Framework, Equilibrium and Applications. *American Economic Journal: Microeconomics*, 11 (3), 285-318.
- Borel, E. (1921). La theorie du jeu les equations integrales a noyau symetrique. *Comptes Rendus de l'Academie*, 173, 1304-1308; English translation by Savage, L. 1953. The Theory of Play and Integral Equations with Skew Symmetric Kernels. *Econometrica*, 21, 97-100.
- Brown, A. L., Camerer, C. F. & Lovo, D. (2012). To review or not to review? Limited strategic thinking at the movie box office. *American Economic Journal: Microeconomics*, 4 (2), 1-26.
- Burchardi, K. B. & Penczynski, S. P. (2014). Out of Your Mind: Eliciting Individual Reasoning in One-Shot Games. *Games and Economic Behavior*, 84, 39-57.
- Camerer, C. F. (2003). *Behavioral Game Theory: Experiments on Strategic Interaction*. Princeton: Princeton University Press.
- Camerer, C. F., Ho, T. H. & Chong, J. K. (2004). A Cognitive Hierarchy Model of Games. *Quarterly Journal of Economics*, 119, 861-898.
- Christenfeld, N. (1995). Choices from Identical Options. *Psychological Science*, 6 (1), 50-55.
- Clark, B. H. & Montgomery, D. B. (1996). Perceiving competitive reactions: The value of accuracy (and paranoia). *Marketing Letters*, 7 (2), 115-129.
- Crawford, V. P., Costa-Gomes, M. A. & Iriberri, N. (2013). Structural Models of Nonequilibrium Strategic Thinking: Theory, Evidence, and Applications. *Journal of Economic Literature*, 51 (1), 5-62.
- Crawford, V. & Iriberri, N. (2007a). Fatal Attraction: Salience, Naivete, and Sophistication in Experimental "Hide-and-Seek" Games. *American Economic Review*, 97 (5), 1731-1750.
- Crawford, V. & Iriberri, N. (2007b). Level-k Auctions: Can a Non-Equilibrium Model of Strategic Thinking Explain the Winner's Curse and Overbidding in Private-Value Auctions? *Econometrica*, 75 (6), 1721-1770.
- Georganas, S., Healy, P. J. & Weber, R. A. (2015). On the persistence of strategic sophistication. *Journal of Economic Theory*, 159 (A), 369-400.

- Fe, E., Gill, D. & Prowse, V. (2022). Cognitive skills, strategic sophistication, and life outcomes. *Journal of Political Economy*, 130 (10), 2643-2704.
- Goeree, J. K. & Holt, C. A. (2001). Ten Little Treasures of Game Theory and Ten Intuitive Contradictions. *American Economic Review*, 91 (5), 1402-1422.
- Goeree, J. K., Louis, P. & Zhang, J. (2018). Noisy Introspection in the 11–20 Game. *The Economic Journal*, 128 (611), 1509-1530.
- Hart, S. (2008). Discrete Colonel Blotto and General Lotto Games. *International Journal of Game Theory*, 36, 441-460.
- Hortaçsu, A., Luco, F., Puller, S. L. & Zhu, D. (2019). Does Strategic Ability Affect Efficiency? Evidence from Electricity Markets. *American Economic Review*, 109 (12), 4302-4342.
- Holt, C. A. & Roth, A. E. (2004). The Nash Equilibrium: A Perspective. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 12, 3999-4400.
- Kinderman, P., Dunbar, R. & Bentall, R. P. (1998). Theory-of-Mind Deficits and Casual Attributions. *British Journal of Psychology*, 89, 191-204.
- Montgomery, D. B., Moore, M. C. & Urbany, J. (2005). Reasoning About Competitive Reactions: Evidence from Executives. *Marketing Science*, 24 (1), 138-149
- Nagel, R. (1995). Unraveling in Guessing Games: An Experimental Study. *American Economic Review*, 85, 1313-1326.
- Östling, R., Wang, J. T., Chou, E. Y. & Camerer, C. F. (2011). Testing Game Theory in the Field: Swedish LUPI Lottery Games. *American Economic Journal: Microeconomics*, 3 (3), 1-33.
- Roberson, B. (2006). The Colonel Blotto Game. *Economic Theory*, 29, 1-24.
- Rubinstein, A., Tversky, A. & Heller, D. (1996). Naive Strategies in Competitive Games. *Understanding Strategic Interaction – Essays in Honor of Reinhard Selten*, Eds. Albers, Wulf, Werner Guth, Peter Hammerstein, Benny Moldovanu and Eric van Damme. Berlin: Springer-Verlag, 394-402.
- Selten, R., Pittnauer, S. & Hohnisch, M. (2011). Dealing with Dynamic Decision Problems when Knowledge of the Environment is Limited: An Approach Based on Goal Systems. *Journal of Behavioral Decision-Making*, 25, 443-457.
- Stahl, D. & Wilson, P. (1994). Experimental Evidence on Players' Models of Other Players. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 25, 309-327.
- Stahl, D. & Wilson, P. (1995). On Players' Models of Other Players: Theory and Experimental Evidence. *Games and Economic Behavior*, 10, 218-254.
- Zajac, E. J. & Bazerman, M. H. (1991). Blind Spots in Industry and Competitor Analysis: Implications of Interfirm (Mis)Perceptions for Strategic Decisions. *The Academy of Management Review*, 16 (1), 37-56.
- Zunshine, L. (2011). 1700-1775: Theory of Mind, Social Hierarchy, and the Emergence of Narrative Subjectivity. *The Emergence of Mind: Representations of Consciousness in Narrative Discourse in English, 700 -- the Present*. Ed. David Herman. Lincoln: University of Nebraska Press.