

סמסטר א', מועד א', תש"ע
תאריך הבחינה: 16.02.2010.
מספר קורס: 0366-2115

בחינה בטופולוגיה
המורה: פרופ' בוריס צירלסון

משך הבחינה: 3 שעות.
מוותר להשתמש בדף סיכום אישי.

בהצלחה!



חלק ראשון
בחרו 2 מתוך 3 השאלות הבאות.



שאלה 1

=25

נתבונן בתכונה הבאה של קבוצה $A \subset \mathbb{R}^n$:
(*) כל פונקציה רציפה $A \rightarrow \mathbb{R}$ היא חסומה.
הוכחו או הפריכו:

(א). (*) הוא הכרחי לקומפקטיות של A ;



(ב). (*) הוא מספיק לקומפקטיות של A .



שאלה 2

=25

יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים. הוכחו שכל רכיב קשירות של $X \times Y$ הוא מכפלה,
כלומר, קבוצה מהצורה $A \times B$ עבור $A \subset X, B \subset Y$ כלשהן.

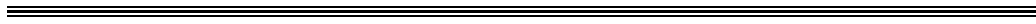


שאלה 3

=25

יהי X מרחב טופולוגי בן יותר משתי נקודות, ו- $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה חד-חד-ערכית
רציפה.

הוכחו שקיים $x \in X$ כך ש- $X \setminus \{x\}$ אינו קשיר.



חלק שני
בחרו 2 מתוך 3 השאלות הבאות.

שאלה 4

=25

הוכחו ש- $p : X \rightarrow B$ היא העתקה מכסה, כאשר

(א). $p(e^{x+ix}) = e^{ix}$, $B = \{e^{ix} : x \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}$, $X = \{e^{x+ix} : x \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}$.

(ב). $p(e^{x+ix}) = e^x$, $B = \{e^x : x \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}$, $X = \{e^{x+ix} : x \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{C}$.

תזכורת: $e^{x+iy} = e^x e^{iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$

שאלה 5

=25

יהי $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, z^2 \leq 1\}$ משטח צדי של גליל, ו-
 $A = B \cup \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z^2 = 1\}$ משטח של הגליל (עם הבסיסים).
הוכחו ש- B אינו רטרקט של A .

שאלה 6

=25

יהי $X = [0, 1] \times [0, 1]$ ריבוע, $a = (0.5, 0.5)$ מרכז הריבוע, $b = (0.5, 0)$ מרכז צלה הריבוע, $c = (0, 0)$ קודקוד הריבוע.
הוכחו או הפריכו כל אחד משלוש הטענות:

(א). $X \setminus \{b\} \cong X \setminus \{a\}$

(ב). $X \setminus \{c\} \cong X \setminus \{b\}$

(ג). $X \setminus \{c\} \cong X \setminus \{a\}$
