

סמסטר א', מועד דוגמה, תש"ע  
תאריך הבחינה: 2010  
מספר קורס: 0366-2115

בחינה בטופולוגיה  
המורה: פרופ' בוריס צירלסון

משך הבחינה: 2 שעות.  
מותר להשתמש בדף סיכום אישי.  
בחרו 2 מתוך 3 השאלות הבאות.

בהצלחה!

---

---

שאלה 4

=25

תהי  $p: X \rightarrow B$  העתקה מכסה. נתבונן בשלוש התכונות:  
(א)  $p$  היא הומאומורפיזם;  
(ב) ממפר האיברים בקבוצה  $p^{-1}(\{b\})$  שווה 1 לכל  $b \in B$ ;  
(ג) מרחבים  $B, X$  הומאומורפיים.  
הוכחו או הפריכו כל אחת משיש הגרירות:  
(א)  $(ב) \iff (א)$ ,  $(א) \iff (ג)$ ,  $(ב) \iff (ג)$ ,  $(ג) \iff (א)$ ,  $(ג) \iff (ב)$ .

---

---

שאלה 5

=25

יהי  $X = S^2 \cup D^2$  כאשר  $S^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ ,  
 $D^2 = \{(x, y, 0) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ . הוכחו או הפריכו:  
(א) כל לולאה ב- $X$  הומוטופית ללולאה שאינה מכילה  $(0, 0, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$ ,  $(0, 0, -1)$ .  
.....  
(ב) מרחב  $X$  הוא פשוט-קשר.

---

---

שאלה 6

=25

(א) יהי  $X$  מרחב טופולוגי;  $J \subset X$  עקומה פשוטה סגורה:  
 $J = u([0, 1])$ ,  $u: [0, 1] \rightarrow X$  רציפה;  
 $u(s) = u(t)$  אם ורק אם  $s - t \in \mathbb{Z}$ .  
נניח שקיימת לולאה  $v: [0, 1] \rightarrow X$  כך ש- $v(0) = v(1) = u(0) = u(1)$  והלולאה  
 $v * u$  הומוטופית ל- $u$ . הוכחו ש- $J$  הוא לא רטרקט של  $X$ .  
.....  
(ב) יהי  $M$  טבעת מביוס ו- $J$  השפה של  $M$ . הוכחו ש- $J$  הוא לא רטרקט של  $M$ .  
רמז: השתמשו בטענה (א).

---

---